



Математическая составляющая



Математические этюды
Москва • 2019



МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
СОСТАВЛЯЮЩАЯ



*Издаётся по решению Учёного совета
Математического института имени В. А. Стеклова
Российской академии наук*

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ

Редакторы-составители

Н. Н. Андреев, С. П. Коновалов, Н. М. Панюнин

Художник-оформитель

Р. А. Кокишаров

**ВТОРОЕ ИЗДАНИЕ,
РАСШИРЕННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ**

Математические этюды
Москва — 2019

УДК 51.001.83
ББК 22.1ф
М340

М340 Математическая составляющая / Редакторы-составители Н. Н. Андреев, С. П. Коновалов, Н. М. Панюнин ; Художник-оформитель Р. А. Кокшаров. — 2-е изд., расш. и доп. — М. : Фонд «Математические этюды», 2019. — 367 с. : ил.

ISBN 978-5-906825-02-5

В сюжетах, собранных в книге, рассказывается как о математической «составляющей» крупнейших достижений цивилизации, так и о математической «начинке» привычных, каждодневных вещей. Все авторы — известные учёные.

Увлекательный, популярно-описательный стиль изложения делает материалы книги доступными для широкого круга читателей.

Во втором издании представлены новые авторы и сюжеты, объём книги вырос вдвое. Добавлены разделы «Дополнения и комментарии» и «Книжная полка».

УДК 51.001.83
ББК 22.1ф

ISBN 978-5-906825-02-5 © Авторы статей, 2019
© Фонд «Математические этюды», 2019
© Математический институт им. В. А. Стеклова Российской академии наук, 2019

Предисловие

То, что математика является и языком, и главным инструментом естественных наук и техники, читателю известно. Математика играет эту роль и в физике, от теории до приложений, и в осуществлении космических полётов, и в укрощении атомной энергии, и в жизни компьютерного мира. Менее очевидна для широкой публики важность математики в таких дисциплинах, как медицина или лингвистика.

Но даже читатель, догадывающийся о значительной математической «составляющей» в различных сферах деятельности, не всегда может оценить степень зависимости этих областей от математики. Основная причина — сложность применяемых математических инструментов, часто — специально разработанных для конкретного приложения. И признавая на словах роль математики, люди редко задумываются над математической «начинкой» окружающих нас предметов и явлений, а иногда и просто не замечают её.

Существующие прикладные задачи являются постоянным и требовательным заказчиком, ставящим всё новые и новые проблемы перед самой математикой. С другой стороны, прогресс в математике открывает новые возможности, порождает такие технические задачи и решения, о которых до того нельзя было и подозревать. А бывает и так, что результаты теоретической математики ждут своего практического воплощения долгими десятилетиями, а потом «выстреливают» неожиданно и с невероятной эффективностью. Ряд примеров такого двустороннего взаимодействия читатель найдёт в этой книге.

Книга состоит из трёх частей, каждая имеет свой цветовой код.

В первой («синей») части собраны короткие тексты, демонстрирующие жизненную необходимость для человечества математических исследований.

Во второй («зелёной») части содержатся математические «проявления» в повседневной жизни. Большинство сюжетов — из математического фольклора, они приводятся в обработке составителей сборника.

В первых двух частях формул почти нет, просмотреть их и ощутить необходимую и незаменимую роль математики в жизни современного общества сможет любой читатель. Нам кажется, что такое представление должны получить самые широкие круги читателей, и в особенности — те, кто принимает важные решения: от школьника, выбирающего свою будущую профессию, до государственного деятеля, определяющего приоритеты в развитии страны.

В третьей («красной») части собраны тексты, допускающие, по сравнению с «синей» и «зелёной» частями, более сложные математические детали или больший объём. Этот раздел в большей степени, чем другие, рассчитан на читателя, заинтересованного в прояснении сути описанных математических «механизмов».

Во втором издании основные части книги дополнены разделами «Книжная полка», «Дополнения, комментарии, литература», «Указатель».

На «Книжной полке» представлены проверенные временем книги, дающие возможность читателю получить более глубокое и всестороннее представление о мире математики.

В разделе «Дополнения, комментарии, литература» развиваются и обсуждаются темы, рассмотренные в основных частях книги. Ссылку на страницу с соответствующими дополнительными материалами и списком книг по теме сюжета можно найти в конце каждой статьи.

Раздел «Указатель» предметно классифицирует сюжеты книги. Отражены и области математики, и используемые термины.

У всех материалов книги есть общая черта. По замыслу составителей пёстрый калейдоскоп представленных сюжетов должен познакомить читателя с тем особым взглядом на мир, который отличает математиков. Это не только развитое логическое мышление, владение различными математическими инструментами в виде формул, теорем и теорий, но и умение видеть, находить, использовать общие математические свойства разнородных явлений. Надеемся, что примеры, приведённые в сборнике, позволят читателю почувствовать и оценить подобный подход к изучению окружающего нас мира.

Особенность книги — то, что первая и третья части содержат статьи, написанные российскими математиками, результаты которых определяют мировой уровень математики. Для читающей публики получение научной информации из первых рук — редкая удача.

Появление известных математиков как авторов на страницах этой книги объясняется тем, что она создавалась в Математическом институте имени В. А. Стеклова Российской академии наук — ведущем научном центре страны.

Традицией российского математического сообщества является деятельное участие в организации математического образования, борьба за сохранение уровня в этом важном деле. Поэтому просьбы составителей к коллегам находили доброжелательный, заинтересованный и деятельный отклик.

Чтобы не оттолкнуть читателя, опасаящегося текстов с формулами и теоремами, для данного сборника сознательно выбран популярно-описательный стиль изложения. Понятно, что у части читателей такой стиль может вызвать ощущение недостаточной строгости и чёткости. Авторы старались этого избежать. В случае выявления неточностей изложения и прочих погрешностей, просьба относить их исключительно к недоработке редакторов-составителей.

Математические факты, на которых основаны сюжеты второй части, а также некоторые из упоминаемых в сюжетах третьей части вдумчивый читатель сможет восстановить и проанализировать самостоятельно. Подобный сценарий может использовать и учитель, который найдёт здесь богатый материал для работы со школьниками.

Важной составляющей данного сборника являются иллюстрации. И рисунки, и весь графический стиль оформления книги созданы Романом Кокшаровым. Математическая точность рисунков, вёрстка книги — заслуга Михаила Панова.

Расширенная электронная версия сборника находится на сайте «Математические этюды» по адресу <http://book.etudes.ru>. Электронная версия будет развиваться, пополняясь дополнительной информацией и ссылками на другие источники по темам, представленным в книге.

Отметим, что без совместной работы над проектом «Математические этюды» не состоялся бы и сам сборник. В свою очередь, проект был осуществлён благодаря самоотверженному труду Михаила Калиниченко, Романа Кокшарова, Никиты Шавельзона.

Книга не претендует на роль полного, универсального сборника примеров проявления математики в жизни. В выборе представленных тем отражены вкусы авторов и составителей сборника. За бортом осталось множество ярких примеров, о которых просто необходимо рассказывать. Надеемся, что в сотрудничестве с читателями эта работа будет продолжена.

Редакторы-составители

Николай Николаевич Андреев
Сергей Петрович Коновалов
Никита Михайлович Панюнин

сотрудники лаборатории
популяризации и пропаганды математики
Математического института имени В. А. Стеклова РАН

Авторы

Андрей Александрович Аграчёв — доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник отдела дифференциальных уравнений Математического института имени В. А. Стеклова РАН, профессор Международной школы перспективных исследований в Триесте (Италия).

Григорий Геннадьевич Амосов — доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник отдела теории вероятностей и математической статистики Математического института имени В. А. Стеклова РАН.

Юрий Михайлович Батулин — член-корреспондент РАН, главный научный сотрудник Института истории естествознания и техники имени С. И. Вавилова РАН, лётчик-космонавт Российской Федерации.

Лев Дмитриевич Беклемишев — член-корреспондент РАН, главный научный сотрудник отдела математической логики Математического института имени В. А. Стеклова РАН, профессор факультета математики Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики», профессор кафедры математической логики и теории алгоритмов механико-математического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Александр Маркович Гайфуллин — член-корреспондент РАН, главный научный сотрудник Центрального аэрогидродинамического института имени профессора Н. Е. Жуковского, заведующий кафедрой теоретической и прикладной аэрогидромеханики Московского физико-технического института.

Александр Владимирович Гасников — доктор физико-математических наук, доцент кафедры математических основ управления факультета управления и прикладной математики Московского физико-технического института.

Николай Петрович Долбилин — доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник отдела геометрии и топологии, лаборатории популяризации и пропаганды математики Математического института имени В. А. Стеклова РАН, профессор кафедры теории чисел механико-математического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Андрей Михайлович Зубков — доктор физико-математических наук, академик Академии криптографии Российской Федерации, заведующий отделом дискретной математики Математического института имени В. А. Стеклова РАН, заведующий кафедрой математической статистики и случайных процессов механико-математического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Валерий Васильевич Козлов — академик РАН, вице-президент Российской академии наук, директор Математического института имени В. А. Стеклова РАН (2004—2016), главный научный сотрудник отдела механики Математического института имени В. А. Стеклова РАН.

Алексей Николаевич Крылов (1863—1945) — академик АН СССР.

Андрей Геннадьевич Куликовский — академик РАН, главный научный сотрудник отдела механики Математического института имени В. А. Стеклова РАН, профессор кафедры гидромеханики механико-математического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Юрий Иванович Манин — член-корреспондент РАН, заслуженный профессор Математического института Макса Планка (Германия), почётный член попечительского совета Северо-Западного университета Эванстон (США), внештатный сотрудник Математического института имени В. А. Стеклова РАН.

Юрий Владимирович Матиясевич — академик РАН, советник РАН, заведующий лабораторией математической логики Санкт-Петербургского отделения Математического института имени В. А. Стеклова РАН.

Сергей Петрович Новиков — академик РАН, заведующий отделом геометрии и топологии Математического института имени В. А. Стеклова РАН, заведующий кафедрой высшей геометрии механико-математического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, профессор Мэрилендского университета в Колледж-Парке. Лауреат Филдсовской медали.

Константин Сергеевич Новосёлов — профессор физики Манчестерского университета, член Лондонского королевского общества, иностранный член Национальной академии наук США. Лауреат Нобелевской премии по физике.

Андрей Юрьевич Окуньков — кандидат физико-математических наук, член Национальной академии наук США, член Американской академии наук и искусств, научный руководитель международной лаборатории теории представлений и математической физики Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики», профессор Сколковского института науки и технологий, профессор Университета Колумбия в городе Нью-Йорк. Лауреат Филдсовской медали.

Алексей Николаевич Паршин — академик РАН, заведующий отделом алгебры Математического института имени В. А. Стеклова РАН.

Павел Аркадьевич Певзнер — кандидат физико-математических наук, профессор Калифорнийского университета в Сан-Диего.

Александр Чедович Пиперски — кандидат филологических наук, научный сотрудник факультета гуманитарных наук Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики», доцент учебно-научного центра компьютерной лингвистики Российского государственного гуманитарного университета.

Владимир Юрьевич Протасов — член-корреспондент РАН, профессор кафедры общих проблем управления механико-математического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, профессор факультета компьютерных наук Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики», профессор Университета Аквила (Италия).

Александр Александрович Разборов — член-корреспондент РАН, главный научный сотрудник отдела математической логики Математического института имени В. А. Стеклова РАН, профессор Университета Чикаго. Лауреат премии Неванлинны.

Андрей Михайлович Райгородский — доктор физико-математических наук, профессор кафедры математической статистики и случайных процессов механико-математического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, заведующий кафедрой дискретной математики факультета инноваций и высоких технологий Московского физико-технического института, руководитель исследовательского подразделения компании «Яндекс».

Армен Глебович Сергеев — доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник отдела комплексного анализа

Математического института имени В. А. Стеклова РАН, профессор кафедры теории функций и функционального анализа механико-математического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Станислав Константинович Смирнов — научный руководитель исследовательской лаборатории имени П. Л. Чебышева Санкт-Петербургского государственного университета, профессор Сколковского института науки и технологий, профессор Университета в Женеве (Швейцария). Лауреат Филдсовской медали.

Владимир Георгиевич Сурдин — кандидат физико-математических наук, доцент физического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, старший научный сотрудник Государственного астрономического института имени П. К. Штернберга.

Искандер Асанович Тайманов — академик РАН, главный научный сотрудник Института математики имени С. Л. Соболева Сибирского отделения РАН, заведующий кафедрой геометрии и топологии Новосибирского государственного университета.

Владимир Андреевич Успенский — доктор физико-математических наук, Заслуженный профессор Московского университета, заведующий кафедрой математической логики и теории алгоритмов механико-математического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова (1995—2018).

Михаил Владимирович Фейгин — кандидат физико-математических наук, старший преподаватель департамента математики и статистики Университета Глазго (Великобритания).

Александр Семёнович Холево — член-корреспондент РАН, заведующий отделом теории вероятностей и математической статистики Математического института имени В. А. Стеклова РАН. Лауреат премии Шеннона.

Альберт Николаевич Ширяев — академик РАН, главный научный сотрудник отдела теории вероятностей и математической статистики Математического института имени В. А. Стеклова РАН, Заслуженный профессор Московского университета, заведующий кафедрой теории вероятностей механико-математического факультета Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

Оглавление

Предисловие	5
Список авторов	8

От «безумной» геометрии Лобачевского до GPS-навигаторов (А. Н. Паршин)	12
От прогулок по Кёнигсбергу до реконструкции генома (П. А. Певзнер)	13
Распространение звуковых волн (М. В. Фейгин)	14
Математика интернета (А. М. Райгородский)	16
Математика транспортных потоков (А. В. Гасников)	18
Компьютерная томография (А. Г. Сергеев)	20
Обнаружение разладки (А. Н. Ширяев)	22
Кватернионы выходят в космос (Ю. М. Батурин)	24
Оптимальное управление (А. А. Азрачёв)	26
Математические модели механики (А. Г. Куликовский)	28
Уравнения электродинамики (В. В. Козлов)	30
Графен (К. С. Новосёлов)	32
Теоретическая физика и современная математика (С. П. Новиков)	34
О применениях математики в криптографии (А. М. Зубков)	36
Квантовая информатика (А. С. Холево)	38
Математика — язык описания возможностей (Ю. И. Манин)	40
Инструментарий инженера (А. Н. Крылов)	42

Угловой отражатель	44
Параболическая антенна	46
Дробление камней в почках	48
Выбор короткой очереди	50
Точность теста	51
Кривая поворота	52
Колёсные пары железнодорожных составов	53
Поворот передних колёс автомобиля	54
Резьбовые соединения	56
Стеклоочистители автомобиля	57
Зубчатые колёса	58
Расстояние до горизонта	60
Траектория полёта самолёта	61
Причаливание	62
Определение длины пути по карте	64
Складывание карт	65
Кратчайший путь	66
Глубина заложения станций метрополитена	67
Далёкое близкое	68
Формат А4	70
Формат книги	72
Книги-панорамы	74
Пчелиные соты	76
Филлотаксис	78
Периодические цикады	79
Гладкие линии	80

Измерение штангенциркулем	82
Фигуры постоянной ширины	84
Геометрия пластикового стаканчика	86
Шуховские башни	88
Чипсы	90
Ломтик пиццы	91
Объём шкурки апельсина	92
Конический фужер	93
Практическая бесконечность	94
Музыкальный строй	96
Чистые интервалы	98
Шкала ощущений	102
Ориентация в трёхмерном мире	106
Спутниковая навигация	110
Полярный день	112
Созвездия	116
Радуга	118
Цветовые пространства	122
Арифметика изображений	126
Масштабирование изображений	128
Невозможные фигуры	129
Орнаменты	130
Картографические проекции	136
Арифметические фокусы	146
Игра в «15»	148
Калейдоскоп	150
Футбольный мяч	154
Разгадывание sudoku	156

Високосное летосчисление (В. Г. Сурдин)	160
Быстрая арифметика (Ю. В. Матияевич)	166
Случайные блуждания (С. К. Смирнов)	170
Как случается закономерность (А. Ю. Окуньков)	178
Статистика языка (А. Ч. Пиперски)	186
Математика языка (В. А. Успенский)	196
Музыкальное исчисление (Г. Г. Амосов)	202
Математические крылья авиастроения (А. М. Гайфуллин)	208
Математика кораблестроения (А. Н. Крылов)	212
Геометрическая кристаллография (Н. П. Долбилин)	214
Искривлённые миры (И. А. Тайманов)	222
Обработка сигналов:	
от волн к всплескам (В. Ю. Протасов)	228
Математика и логика (Л. Д. Беклемишев)	242
Теория сложности (А. А. Разборов)	262
Прикладная математика и техника (А. Н. Крылов)	276

Книжная полка	288
Дополнения, комментарии, литература	294
Указатель	358